Предельные возможности систем термостатирования.

Цирлин А.М., Ахременков А.А.

Аннотация

Получена оценка снизу для затрат энергии на поддержание заданного распределения температур в системе сообщающихся камер с одним резервуаром и соответствующие этой оценке распределения коэффициентов теплообмена и температур рабочего тела теплового насоса.

Введение

Одной из основных задач термодинамики с момента ее возникновения является оценка предельных возможностей термодинамических систем. С развитием термодинамики такие оценки уточняют и расширяют их номенклатуру. Так, Карно оценил сверху КПД тепловой машины [1]. Новиков [2], а позднее Курзон и Альбурн [3] нашли оценку ее предельной мощности в предположении, что цикл состоит из двух изотерм и двух адиабат, Розоноэр и Цирлин [4] доказали, что оценка Новикова-Курзона-Альбурна справедлива без предположения о форме цикла и оценили максимум КПД при фиксированной мощности, а так же предельные значения отопительного и холодильного коэффициентов обратных циклов при том же условии.

Рост стоимости энергии делает особенно актуальным получение термодинамических оценок для затрат энергии в тех областях, где эти затраты особенно велики. Получение каждой такой оценки не просто позволяет найти степень термодинамического совершенства реальной системы, но и наметить пути изменения системы, приводящие к уменьшению потребления энергии. Одним из самых энергоемких процессов является процесс термостатирования. Задача термостатирования включает в себя задачи отопления и кондиционирования зданий, поддержания заданного поля температур в криогенных и высокотемпературных системах и пр. На отопление и кондиционирование помещений человечество тратит больше энергии, чем на химию и металлургию вместе взятые.

Первый раздел работы посвящен обсуждению и формулировке задачи оптимального отопления. Здесь получены условия оптимальности, найдена нижняя оценка для затрат мощности в задаче отопления и соответствующее ей оптимальное решение. Во втором разделе рассмотрены другие варианты задачи термостатирования (охлаждение, кондиционирование). Наконец, в третьем разделе даны примеры расчетов и использования оценок термодинамического совершенства систем кондиционирования.

1 Система отопления с тепловым насосом

1.1 Температуры камер фиксированы

Будем рассматривать систему, состоящую из n помещений (камер), каждая из которых характеризуется температурой T_i $(i = \overline{1, n})$, резервуара (окружающей среды) с температурой T_0 и теплового насоса, потребляющего мощность P и поддерживающего заданное стационарное распределение температур в камерах (Рис. 3)

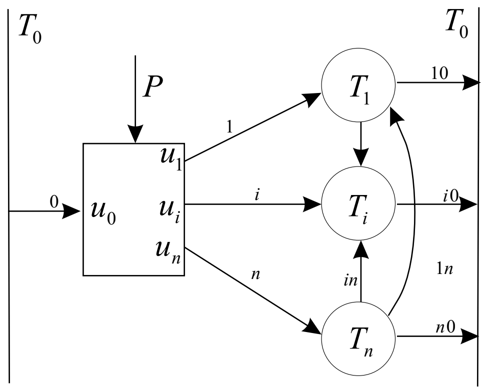

Рис. 1: Структура система отопления.

Будем предполагать, что законы теплопереноса ньютоновские, так что поток теплоты между $i-$ой и $j-$ой камерами имеет вид

$$q_{ij} = \alpha_{ij}(T_i - T_j), \tag{1}$$

причем коэффициенты теплопереноса α_{ij} для всех i от нуля до n заданы, при этом $\alpha_{ii} = 0$, а $\alpha_{ij} = \alpha_{ji}$.

Первоначально будем считать все температуры $T_i \quad (i = \overline{0,n})$ заданными, причем при $i > 0$ $T_i > T_0$ (задача отопления). Искомыми в задаче являются температуры рабочего тела $u_i > 0 \quad (i = \overline{0,n})$ при контакте с резервуаром и камерами, а так же коэффициенты $\alpha_i > 0 \quad (i = \overline{0,n})$, связанные условием

$$\sum_{i=0}^{n} \alpha_i = \overline{\alpha}, \tag{2}$$

где $\overline{\alpha}$ - определяется суммарной поверхностью контакта рабочего тела при его теплообмене с резервуаром и камерами, т.е. в конечном счете размерами теплового насоса. Выбор этих переменных будем проводить по условию минимума P.

Формализуем поставленную задачу, введя обозначения

$$q_{iv} = \sum_{j=0}^{n} \alpha_{ij}(T_i - T_j), \quad i = \overline{1,n} \tag{3}$$

поток тепла от $i-$ой камеры к ее окружению. Если для некоторой камеры поток $q_{iv} = 0$, камеру будем называть пассивной, температура такой пассивной камеры - минимальная возможная температура в системе отопления. Она равна

$$T_i^{min} = \frac{\sum_{j=0}^{n} \alpha_{ij} T_j}{\sum_{j=0}^{n} \alpha_{ij}}. \tag{4}$$

Тенпловой насос с пассивными камерами не контактирует. По условию теплового баланса камеры поток теплоты от теплового насоса

$$q_i = \alpha_i(u_i - T_i) = q_{iv}. \tag{5}$$

Процессы внутри рабочего тела считаем обратимыми, так что поток энтропии на входе равен потоку на выходе.

Индивидуальные системы отопления. В индивидуальной системе отопления нужно найти такие коэффициенты α_{0i} и α_i, а так же температуры u_0 и u_i рабочего тела теплового насоса, чтобы

$$P_i = q_{iv} - q0i = q_{iv} - \alpha_{0i}(T_0 - u_0) \to \min. \tag{6}$$

Так как первое слагаемое фиксировано, то задача сводится к максимизации второго слагаемого, при ограничениях на суммарный коэффициент теплообмена и условиях энтропийного баланса рабочего тела

$$\alpha_{0i} + \alpha_i = \overline{\alpha_i}, \tag{7}$$

$$\frac{q_{0i}}{u_{0i}} = \frac{\alpha_{0i}(T_0 - u_{0i})}{u_{0i}} = \frac{q_{iv}}{u_i}, \tag{8}$$

при этом $\alpha_i(u_i) = \dfrac{q_{iv}}{u_i - T_i}$. Из (7) $\alpha_{i0}(u_i) = \overline{\alpha_i} - \alpha_i(u_i)$. Исключая u_{0i} из (8), получим

$$q_{0i} = \alpha_{0i}(T_0 - u_0) = \frac{q_{iv}\alpha_{0i}(u_i)T_0}{q_{iv} + \alpha_{0i}(u_i)u_i} \to \max_{u_i}. \tag{9}$$

Условие максимума этого выражения приводит к равенству

$$\frac{dq_{0i}}{du_i} = 0 \to \frac{q_{vi}}{u_i - T_i} = \frac{\overline{\alpha}_i}{2}, \tag{10}$$

так что

$$\alpha^*_{0i} = \alpha^*_i = 0,5\overline{\alpha}_i, \tag{11}$$

$$u^*_i = T_i + 2\frac{q_{iv}}{\overline{\alpha}_i}, \tag{12}$$

$$q^*_{0i} = \frac{\overline{\alpha}_i q_{iv} T_0}{4q_{iv} + \overline{\alpha}_i T_i}, \tag{13}$$

$$u^*_{0i} = \frac{T_0(2q_{iv} + \overline{\alpha}_i T_i)}{4q_{iv} + \overline{\alpha}_i T_i}, \tag{14}$$

$$P^i_{\min} = q_{iv} - q^*_{0i} = q_{iv}\frac{4q_{iv} + \overline{\alpha}_i(T_i - T_0)}{4q_{iv} + \overline{\alpha}_i T_i}. \tag{15}$$

Ограничения на общую стоимость системы отопления соответствуют ограничениям на общую поверхность теплообмена

$$\sum_i \overline{\alpha}_i = \overline{\alpha}, \quad \overline{\alpha}_i \geq 0. \tag{16}$$

Найдем такое распределение $\overline{\alpha}_i$, чтобы

$$P = \sum_i P^i_{\min}(\overline{\alpha}_i) \to \min \Big/ \sum_i \overline{\alpha}_i = \overline{\alpha}\ . \tag{17}$$

Условия оптимальности приводят к равенству

$$\frac{dP_{\min}}{d\overline{\alpha}_i} = \lambda_0, \quad i = 1, 2, ...\ ,$$

откуда

$$\frac{q_{iv}}{4q_{iv} + \overline{\alpha}_i T_i} = \lambda \ \ i = 1, 2, ..., \tag{18}$$

что совместно с равенством (16) определяет оптимальное распределение поверхностей теплообмена между индивидуальными отопителями и после подстановки в (17) минимум суммарной мощности. Здесь и далее для краткости обозначим суммарное производство энтропии за счет теплообмена в термостатируемой системе как

$$A = \sum_{i=1}^{n} \frac{q_{iv}}{T_i} \tag{19}$$

Получим с учетом введенного обозначения

$$\alpha_i^* = \overline{\alpha}\frac{q_i}{AT_i}. \tag{20}$$

Отметим, что величина A определена условиями задачи.

1.2 Система с общим теплообменником при контакте с резервуаром.

В этой системе (Рис. 3) температура контакта рабочего тела с окружающей средой u_0 одинакова. Задача о минимальной затрачиваемой мощности примет форму

$$P = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i(u_i - T_i) - \alpha_0(T_0 - u_0) = \sum_{i=1}^{n} q_{iv} - \alpha_0(T_0 - u_0) \to \min_{u_i, \alpha_i}. \tag{21}$$

Так как при фиксированных температурах T_i и коэффициентах теплообмена α_{ij} первое слагаемое в правой части (21) фиксировано, задача сводится к максимизации потока, отбираемого от резервуара

$$q_0 = \left(\overline{\alpha} - \sum_{i=1}^{n} \alpha_i\right)(T_0 - u_0) \max_{u_i, \alpha_i} \tag{22}$$

при условии энтропийного баланса рабочего тела теплового насоса

$$\frac{q_0}{u_0} - \sum_{i=1}^{n} \frac{q_{iv}}{u_i} = 0. \tag{23}$$

Для решения задачи (22), (23) исключим из последнего условия u_0

$$u_0 = \frac{q_0}{\sum_{i=1}^{n} \frac{q_{iv}}{u_i}} = \frac{\left(\overline{\alpha} - \sum_{i=1}^{n} \alpha_i\right)(T_0 - u_0)}{\sum_{i=1}^{n} \frac{q_{iv}}{u_i}}, \tag{24}$$

откуда

$$u_0 = T_0 \frac{\overline{\alpha} - \sum_{i=1}^n \alpha_i}{\sum_{i=1}^n \frac{q_{iv}}{u_i} + \overline{\alpha} - \sum_{i=1}^n \alpha_i}, \tag{25}$$

где из (5)

$$\alpha_i(u_i) = \frac{q_{iv}}{u_i - T_i}. \tag{26}$$

Введем обозначения

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= \overline{\alpha} - \sum_{i=1}^n \alpha_i(u_i), \\ \sigma(u) &= \sum_{i=1}^n \frac{q_{iv}}{u_i}. \end{aligned} \tag{27}$$

С учетом этих обозначений запишем поток теплоты q_0 в форме

$$q_0 = \alpha_0(u)(T_0 - u_0) = T_0 \frac{\alpha_0(u)\sigma(u)}{\alpha_0(u) + \sigma(u)}. \tag{28}$$

Это выражение зависит от переменных $u_i \;\; (i = \overline{1,n})$, условия максимума q_0 по каждой из которых после стандартных выкладок приводит к равенству

$$\frac{\partial q_0}{\partial u_i} = 0 \Rightarrow \frac{\partial \alpha_0}{\partial u_i}\sigma^2(u) + \frac{\partial \sigma}{\partial u_i}\alpha_0^2(u) = 0, \quad i = \overline{1,n}. \tag{29}$$

Так как

$$\frac{\partial \alpha_0}{\partial u_i} = \frac{q_{iv}}{(u_i - T_i)^2}, \quad \frac{\partial \sigma}{\partial u_i} = -\frac{q_{iv}}{u_i^2},$$

то условия оптимальности (29) приводят к соотношениям

$$\frac{\sigma^2(u)}{\alpha_0^2(u)} = \left(1 - \frac{T_i}{u_i}\right)^2, \quad i = \overline{1,n}. \tag{30}$$

В задаче отопления $u_i > T_i$, и из (30) следует $\dfrac{\sigma(u)}{\alpha_0(u)} = \left(1 - \dfrac{T_i}{u_i}\right)$. Левая часть не зависит от i, обозначим ее как Λ^2. В этом случае из (30) следует

$$u_i^* = \frac{T_i}{1 - \Lambda}, \quad i = \overline{1,n}, \tag{31}$$

что позволяет выразить $\alpha_0(u)$ и $\sigma(u)$ через Λ и T_i и найти Λ как решение уравнения

$$\Lambda = \frac{\sigma(u^*(\Lambda))}{\alpha_0(u^*(\Lambda))}. \tag{32}$$

Получим из решения этого уравнения

$$\Lambda = \frac{2A}{\overline{\alpha} + 2A}. \tag{33}$$

Оптимальное решение

$$u_i^* = \frac{\overline{\alpha} T_i}{\overline{\alpha} + 2A}, \quad i = \overline{1,n}, \tag{34}$$

$$\alpha_i^* = \frac{\overline{\alpha} q_{iv}}{u_i^* - T_i} = \frac{\overline{\alpha} q_{iv}}{2AT_i}, \quad i = \overline{1,n}. \tag{35}$$

$$\alpha_0^* = \overline{\alpha} - \sum_{i=1}^{n} \alpha_i^* = \frac{\overline{\alpha}}{2}. \tag{36}$$

На оптимальном решении $\Lambda = \dfrac{2\sigma(u^*)}{\overline{\alpha}}$. В соответствии с (33)

$$\frac{2\sigma(u^*)}{\overline{\alpha}} = \frac{2A}{\overline{\alpha} + 2A},$$

откуда

$$\sigma(u^*) = \frac{A\overline{\alpha}}{\overline{\alpha} + 2A}.$$

Подставив это выражение в (25), найдем

$$u_0^* = \frac{T_0 \overline{\alpha}}{\overline{\alpha} + 2\sigma(u^*)} = \frac{T_0 \overline{\alpha}}{\overline{\alpha} + 2\frac{2A\overline{\alpha}}{\overline{\alpha}+2A}} = \frac{T_0(\overline{\alpha} + 2A)}{\overline{\alpha} + 4A}. \tag{37}$$

Максимальный поток, отбираемый из резервуара

$$q_0^* = \alpha_0^*(T_0 - u_0^*) = \frac{\overline{\alpha} T_0 A}{\overline{\alpha} + 4A}. \tag{38}$$

С учетом того, что потоки теплообмена между камерами имеют противоположные знаки и при суммировании взаимно сокращаются, получим

$$P_{\min} = \sum_{i=1}^{n} \alpha_{i0}(T_i - T_0) - \frac{\overline{\alpha} T_0 A}{\overline{\alpha} + 4A}. \tag{39}$$

Таким образом, найдя q_{iv} по формуле (3) и вычислив A по формуле (19), после подстановки в (39) получим минимально возможную мощность, потребную для отопления системы взаимосвязанных помещений. Для того, чтобы приблизить систему к термодинамически оптимальной, следует выбирать температуры u_i и коэффициенты теплообмена с рабочим телом α_i по формулам (34), (35), (36).

Сравнение двух типов отопления. Покажем, что минимальная мощность (39), необходимая для поддержания заданного поля температур, одинакова, как для систем, имеющих общий теплообменник с резервуаром , так и для систем с индивидуальными теплообменниками (15). Поскольку затраты теплоты на поддержание стационарного состояния камер не меняются, достаточно показать, что суммарный максимальный поток теплоты извлекаемой индивидуальными кондиционерами из окружающей среды равен максимальному потоку, отбираемому из резервуара, в системе с общим теплообменником (38).

Действительно, с учетом (35)

$$\sum_{i=1}^{n} q_{i0}^{*} = T_0 \sum_{i=1}^{n} \frac{\overline{\alpha}_i q_{iv}}{4q_{iv} + \overline{\alpha}_i T_i} = \overline{\alpha} T_0 \sum_{i=1}^{n} \frac{\frac{q_{iv}}{T_i A}}{4 + \frac{\overline{\alpha}}{A}} = \frac{\overline{\alpha} T_0 A}{4A + \overline{\alpha}},$$

что совпадает с (38). Таким образом минимальные затраты мощности в системе с общим теплообменником совпадают с минимум суммарных затрат индивидуальных кондиционеров.

1.3 Температуры части камер свободны

В реальных системах фиксированы температуры только у части камер. В этом случае температуры остальных камер (свободные температуры) нужно поддерживать на таком уровне, чтобы потребляемая тепловым насосом мощность была минимальна. При этом нужно учесть, что температура не может быть меньше своего минимального значения, определяемого условием (4).

Пусть T_v - свободная температура, ее изменение вызовет изменение как первого так и второго слагаемого в (39). Условие минимума P по T_v приводит к равенству

$$\frac{\overline{\alpha}^2 T_0}{(\overline{\alpha}+4A)^2}\frac{\partial A}{\partial T_v} = \alpha_{v0}. \tag{40}$$

С учетом зависимости A от T_v и потоков q_{iv} от T_v

$$\frac{\partial A}{\partial T_v} = \frac{1}{T_v^2}\sum_{i=0}^{n}\alpha_{vi}T_i - \sum_{i=1}^{n}\frac{\alpha_{vi}}{T_i}. \tag{41}$$

После подстановки выражения (41) в (40) получим для оптимальных значений свободных температур

$$T_v^* = \overline{\alpha}\sqrt{\frac{T_0\sum_{i=0}^{n}\alpha_{vi}T_i}{\alpha_{v0}(\overline{\alpha}+4A)^2 + \overline{\alpha}^2 T_0\sum_{i=1}^{n}\frac{\alpha_{vi}}{T_i}}} \tag{42}$$

при этом $\alpha_{vv} = 0, \quad v = \overline{0,n}$.

Если свободных камер несколько, то условия (42) образуют систему уравнений относительно температур этих камер.

2 Другие задачи термостатирования

Обсудим изменения в формулировке и решении, связанные с изменением постановок задач.

2.1 Задача охлаждения

Она отличается от рассмотренной выше тем, что $T_i < T_0$ для $i = \overline{1,n}$, направление потоков изменяется, так что $q_{ij} = \alpha_{ij}(T_j - T_i)$,

$$q_{iv} = \sum_{j=0}^{n}\alpha_{ij}(T_j - T_i), \quad i = \overline{1,n}, \tag{43}$$

а $q_{iv} = \alpha_i(T_i - u_i)$.

Индивидуальные холодильники

$$P_i = q_{0i} - q_{iv} = \alpha_{0i}(u_{0i} - T_0) - q_{iv} \to \min_{u_i, u_{0i}, \alpha_{0i}, \alpha_i} \tag{44}$$

минимуму P_i соответствует минимум q_{0i} при условиях (7), (8)

$$\alpha_i(u_i) = \frac{q_{iv}}{T_i - u_i}$$

Выкладки аналогичные тем, что проделаны для отопителей, приводит к соотношениям

$$\alpha_i^* = \frac{q_{iv}}{T_i - u_i} = \overline{\alpha}_i/2 = \alpha_{i0}^*, \tag{45}$$

$$u_i^* = T_i = \frac{2q_{iv}}{\overline{\alpha}_i}, \tag{46}$$

$$q_{0i}^* = \frac{\overline{\alpha}_i q_{iv} T_0}{4q_{iv} - \overline{\alpha}_i T_i}, \tag{47}$$

$$u_0^* = \frac{T_0(\overline{\alpha}_i T_i - 2q_{iv})}{4q_{iv} - \overline{\alpha}_i T_i}, \tag{48}$$

$$P_i = q_{0i}^* - q_{iv} = q_{iv}\frac{\overline{\alpha}_i(T_0 - T_i) - 4q_{iv}}{4q_{iv} - \overline{\alpha}_i T_i}. \tag{49}$$

Оптимальное распределение общего коэффициента теплообмена $\overline{\alpha}$ между охладителями приводит к равенствам

$$\frac{\partial P_{\min}}{\partial \overline{\alpha}_i} = \lambda, \Rightarrow \frac{q_{iv}}{4q_{iv} - \overline{\alpha}_i T_i} = \lambda, \tag{50}$$

что вместе с условием (17) определит выбор $\overline{\alpha}$ совпадающий с (20).

Система с общим теплообменником при контакте с окружающей средой

Для системы с общим теплообменником при контакте с T_0 имеем

$$q_0 = \alpha_0(u_0 - T_0). \tag{51}$$

Мощность

$$P = q_0 - \sum_{i=1}^{n} q_{iv} \tag{52}$$

и минимуму P соответствует минимум q_0 при условии энтропийного баланса (12). Выкладки, аналогичные тем, которые были проделаны в предыдущем разделе, приводят к следующим результатам:

1. α_i^* и α_0^* подсчитываются по формулам (35), (36);

2.
$$u_i^* = \frac{T_i(\overline{\alpha} - 2A)}{\overline{\alpha}}, \quad i = \overline{1, n}, \tag{53}$$
$$u_0^* = \frac{T_0(\overline{\alpha} - 2A)}{\overline{\alpha} - 4A}, \quad i = \overline{1, n}. \tag{54}$$

Минимальный поток тепла, передаваемый окружению,

$$q^{\min} = \frac{\overline{\alpha} T_0 A}{\overline{\alpha} - 4A}, \tag{55}$$

а минимальная мощность, затрачиваемая на охлаждение,

$$P_{\min} = \frac{\overline{\alpha} T_0 A}{\overline{\alpha} - 4A} - \sum_{i=1}^{n} \alpha_{i0}(T_0 - T_i). \tag{56}$$

Если температура T_v - свободна и подлежит оптимальному выбору, то дифференцирование $P_{\min}$ по T_v с учетом того, что A имеет вид (19), q_{iv} имеет форму (43), приводит к выражению для оптимального выбора свободных температур в системе охлаждения

$$T_v^* = \overline{\alpha} \sqrt{\frac{T_0 \sum_{i=0}^{n} \alpha_{vi} T_i}{\alpha_{v0}(\overline{\alpha} - 4A)^2 + \overline{\alpha}^2 T_0 \sum_{i=1}^{n} \frac{\alpha_{vi}}{T_i}}}. \tag{57}$$

Из этой формулы вытекают как частные случая результаты работ по „активной изоляции“ криогенных систем [5], [6], [7].

2.2 Система кондиционирования

Задача кондиционирования является более общей, чем две рассмотренные выше. Кондиционер подает теплоту в часть камер ($i = \overline{1, m}$), и отбирает у других ($i = \overline{m+1, n}$). Потоки тепла q_{iv} от $i-$ой камеры к ее окружению, подсчитываемые по формуле (3) компенсируются потоками теплоты от кондиционера $q_i = \alpha_i(u_i - T_i)$ для нагреваемых камер они положительные, а для охлаждаемых - отрицательны. Обозначим их

$$q^+ = \sum_{i=1}^{m} q_i > 0, \quad q^- = \sum_{i=m+1}^{n} q_i < 0.$$

Мощность

$$P = q^+ + q^- - q_0. \tag{58}$$

Здесь $q_0 = \alpha_0(T_0 - u_0)$. Минимуму P соответствует максимум q_0 (если этот поток отрицательный, то минимуму его модуля).

Разобьем задачу о минимальной мощности кондиционера на две подзадачи :

- о минимальной мощности P_+ отопления m-камер при суммарном коэффициенте теплообмена $\overline{\alpha}_+$ и
- о минимальной мощности P_- охлаждения $n-m$-камер при суммарном коэффициенте теплообмена $\overline{\alpha}_-$.

Для каждой из подзадач выше получена зависимость минимальной мощности от величины $\overline{\alpha}_+$ и $\overline{\alpha}_-$ соответственно (см. (39) и (55)).

Обозначим как

$$A_+ = \sum_{i=1}^{m} \frac{q_{iv}}{T_i}, \quad A_- = -\sum_{i=m+1}^{n} \frac{q_{iv}}{T_i}. \tag{59}$$

Каждое из этих выражений положительно, если $q_{iv} = \sum_{j=0}^{n} \alpha_{ij}(T_i - T_j)$.

Потребуем минимума $P = P_+ + P_-$ при условии, что

$$\overline{\alpha}_+ + \overline{\alpha}_- = \overline{\alpha} \tag{60}$$

$$\begin{gathered} P = P_+^{\min} + P_-^{\min} = \\ \sum_{i=1}^{m} \alpha_{i0}(T_i - T_0) - \sum_{i=m+1}^{n} \alpha_{i0}(T_0 - T_i) \\ + \frac{\overline{\alpha}_- T_0 A_-}{\overline{\alpha}_- - 4A_-} - \frac{\overline{\alpha}_+ T_0 A_+}{\overline{\alpha}_+ + 4A_+} \to \min_{\overline{\alpha}_+, \overline{\alpha}_-} . \end{gathered} \tag{61}$$

Условие оптимальности задачи (60),(61) приводит к соотношению

$$\frac{\partial P_+^{\min}}{\partial \overline{\alpha}_+} = \frac{\partial P_-^{\min}}{\partial \overline{\alpha}_-} \Rightarrow \frac{A_+}{\overline{\alpha}_+ + 4A_+} = \frac{A_-}{\overline{\alpha}_- - 4A_-}, \tag{62}$$

которое совместно с условием (60) определяет распределение поверхности теплообмена между греющей и охлаждающей частями кондиционера

$$\begin{aligned} \overline{\alpha}_- &= \frac{\overline{\alpha} A_- + 8A_+ A_-}{A_+ + A_-}, \\ \overline{\alpha}_+ &= \frac{\overline{\alpha} A_+ - 8A_+ A_-}{A_+ + A_-}. \end{aligned} \tag{63}$$

Пример

Рассмотрим систему, показанную на рис.1, состоящую из трех камер с фикисрованными температурами

$$T_1 = 295K,\ T_2 = 300K, T_3 = 298K.$$

и суммарным ограничением на поверхность контакта, а значит на суммарный коэффициент теплопередачи рабочего тела при теплообмене с резервуаром и подсистемами $\overline{\alpha} = \sum_{i=0}^{3} \alpha_i = 50$.

Матрица коэффициентов теплопередачи между подсистемами имеет вид

$$\{\alpha_{ij}\} = \begin{pmatrix} 0 & 30 & 40 & 30 \\ 30 & 0 & 15 & 25 \\ 40 & 15 & 0 & 15 \\ 30 & 25 & 15 & 0 \end{pmatrix}$$

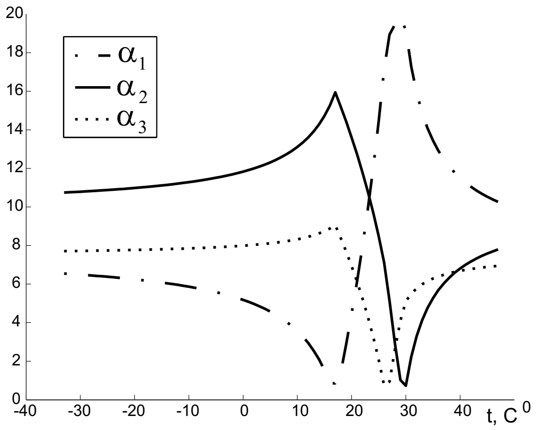

Рис. 2: Изменение оптимальных коэффициентов теплообмена камер с рабочим телом при изменении температуры окружающей среды.

Значения α_{ij} при $i, j = 2, ..., 4$ соответствуют коэффициентам взаимодействия подсистем между собой, значения при $i = 1$ или $j = 1$ - коэффициентам взаимодействия подсистем с резервуаром.

Найдем распределение коэффициентов теплопередачи α_i^* и минимальное значение потребляемой мощности P^* в зависимости от температуры окружающей среды

$$T_0 \in [240K, 320K].$$

Сначала, найдем разделение камер на обогреваемые и охлаждаемые по формуле (63). Поскольку, как было показано выше, минимальная мощность не зависит от типа системы кондиционирования (с общим или индивидуальным теплообменники с окружающей средой), то мы можем найти минимальные затраты P_i^* на поддержание заданной температуры в каждой камере отдельно по формулам (15), (49), с учетом оптимального распределения α_i^* по формуле (20), а затем минимум суммарных затрат мощности $P^* = \sum_i P_i^*$. Результаты расчета представлены на рисунках 2 и 3. Сумма коэффициентов теплообмена с камерами равна 25,

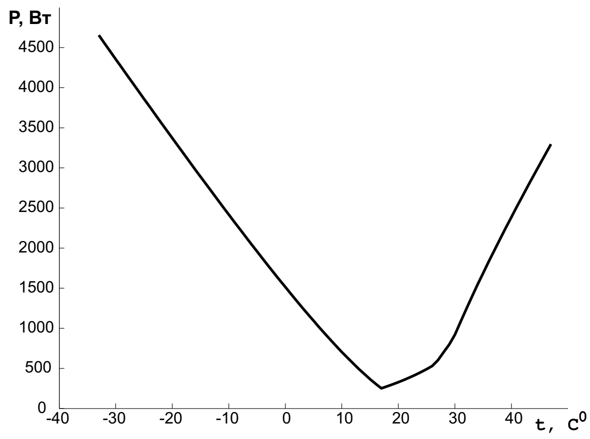

Рис. 3: Зависимость минимальных затрат мощностьи от температуры окружающей среды

так как половину от $\overline{\alpha}$ составляет оптимальный коэффициент теплопередачи при контакте рабочего тела с резервуаром.

2.3 Заключение

Плучены условия оптимального распределения потоков тепла и поверхностей контакта рабочего тела с кондиционируемыми помещениями и окружающей средой и соответствующие этому оптимуму минимальные затраты мощности на кондиционирование системы взаимосвязанных камер. Полученные соотношения позволяют оценить совершенство системы кондиционирования и наметить пути повышения ее экономичности.

Список литературы

[1] *Карно С.* Размышления о движущей силе огня и о машинах, развивающих эту силу.-М-Л.: Гостехиздат 1934.

[2] *Novikov I.I.* The efficiency of atomic power stations // At. Energ. 3 (11), 409 (1957); English translation in J. Nuclear Energy II 7, 25-128 (1958).№ 2, 2002.

[3] *Curzon F.L., Ahlburn B.* Efficiency of a Carnot engine at maximum power output. Amer.J. Physics. 1975. V.43. p.22-24.

[4] *Розоноэр Л.И., Цирлин А.М.* Оптимальное управление термодинамическими системами.// Автоматика и телемеханика ,–1983–№1, №2,№3.

[5] *Мартыновский В.С.* Циклы, схемы и характеристики теплотрансформаторов.-М.: Энергия, 1979.

[6] *Софиев М.А.* К расчету активной тепловой изоляции.// Теоретические основы химической технологии.-1988.-№ 3-С.150-157

[7] *Tsirlin A.M., Sofiev M.A., Kazakov V.* Vinite-teme thermodynamics. Aktive potentiostatting//J.Phys.D: Appl. Phys.-1998.-N 31.-P.2264-2268.